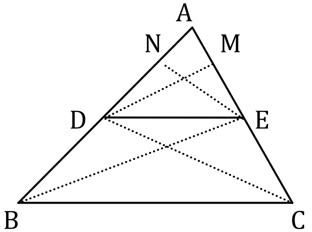
1. ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ನಿಯಮ) :

ನಿರೂಪಣೆ : "ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ".



ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ DE ∥ BC

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ : 1. C ಮತ್ತು D ಹಾಗೂ B ಮತ್ತು E ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

2. EN ⊥ AB ಹಾಗೂ DM ⊥ AC ರಚಿಸಬೇಕು.

ಸಾಧನೆ : ΔADE ಮತ್ತು ΔBDE ಗಳಲ್ಲಿ

ವಿ(ΔADE) = $\frac{1}{2} \times AD \times EN$ (∵ Δ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times b \times h$)

ವಿ(ΔBDE) = $\frac{1}{2} \times BD \times EN$

$$\frac{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta BDE)} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \times AD \times \cancel{EN}}{\cancel{\frac{1}{2}} \times BD \times \cancel{EN}}$$

$$\frac{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta \mathbf{ADE})}{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta \mathbf{BDE})} = \frac{\mathbf{AD}}{\mathbf{DB}} \text{ ---------- } (1)$$

ΔAED ಮತ್ತು Δ CDE ಗಳಲ್ಲಿ

ವಿ(ΔAED) = $\frac{1}{2} \times AE \times DM$ (∵ Δ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times b \times h$)

ವಿ(ΔCDE) = $\frac{1}{2} \times EC \times DM$

$$\frac{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta AED)}{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta CDE)} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \times AE \times \cancel{DM}}{\cancel{\frac{1}{2}} \times EC \times \cancel{DM}}$$

$$\frac{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta \mathbf{AED})}{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta \mathbf{CDE})} = \frac{\mathbf{AE}}{\mathbf{EC}} \text{ --------- } (2)$$

ಆದರೆ, **ವಿ(ΔBDE) = ವಿ(ΔCDE) ------- (3)**

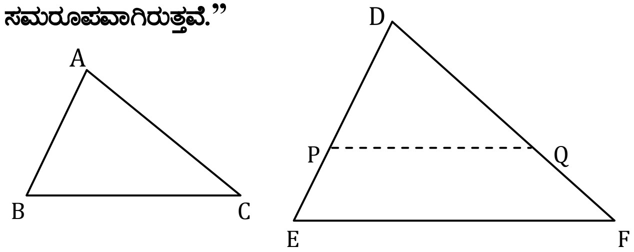
[∵ ಈ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DE ಮೇಲಿದ್ದು DE ∥ BC ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇದೆ]

∴ (1), (2), (3) ಮತ್ತು ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ (1) ರಿಂದ

$\frac{\mathbf{AD}}{\mathbf{DB}} = \frac{\mathbf{AE}}{\mathbf{EC}}$ **ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.**

2. ಕೋನ ಕೋನ ಕೋನ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ :

ನಿರೂಪಣೆ : "ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ."



ದತ್ತ : ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

ರಚನೆ : AB=DP ಮತ್ತು AC=DQ ಆಗುವಂತೆ DE ಮತ್ತು DF ಗಳ ಮೇಲೆ P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. PQ ವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔABC ಮತ್ತು ΔDPQ ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle BAC = \angle PDQ$ (∵ ದತ್ತ)

AB=DP, AC=DQ (∵ ರಚನೆಯಿಂದ)

∴ $\Delta ABC \cong \Delta DPQ$ (∵ ಬಾ. ಕೋ. ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$\angle ABC = \angle DPQ$, (∵ ಸಮ ಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು)

ಆದರೆ, $\angle ABC = \angle DEF$ (∵ ದತ್ತ)

⇒ $\angle DPQ = \angle DEF$

∴ PQ ∥ EF (∵ ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ : ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ, ಆ ರೇಖೆಗಳುಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ)

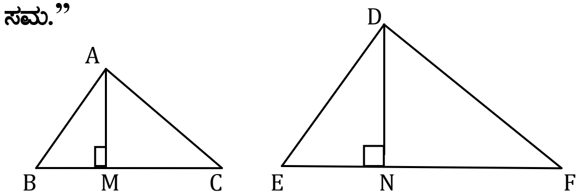
$\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF}$ (∵ ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಉಪಪ್ರಮೇಯ)

∴ $\frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{DE}} = \frac{\mathbf{BC}}{\mathbf{EF}} = \frac{\mathbf{AC}}{\mathbf{DF}}$ **(∵ ΔABC ~ ΔDEF)**

ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

3. ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು :

ನಿರೂಪಣೆ : "ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮ."



ದತ್ತ : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$

ರಚನೆ : AM⊥BC ಮತ್ತು DN⊥EF ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$$\frac{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta \mathbf{ABC})}{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta \mathbf{DEF})} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \times \mathbf{BC} \times \mathbf{AM}}{\cancel{\frac{1}{2}} \times \mathbf{EF} \times \mathbf{DN}} = \frac{\mathbf{BC}}{\mathbf{EF}} \times \frac{\mathbf{AM}}{\mathbf{DN}} \text{ ---------} \mathbf{(1)}$$

ΔAMB ಮತ್ತು ΔDNE ಗಳಲ್ಲಿ,

∠ABM = ∠DEN (∵ ದತ್ತ)

∠AMB = ∠DNE = 90^0 (∵ ರಚನೆ)

∴ ΔABM ~ΔDEN (ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\Rightarrow \frac{\mathbf{AM}}{\mathbf{DN}} = \frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{DE}}$ **------- (2)** (∵ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ)

ಆದರೆ, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ (∵ ದತ್ತ)

$\therefore \frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{DE}} = \frac{\mathbf{BC}}{\mathbf{EF}} = \frac{\mathbf{AC}}{\mathbf{DF}}$ **----------(3)**

$\Rightarrow \frac{AM}{DN} = \frac{BC}{EF}$ [(2) ಮತ್ತು (3)ರಿಂದ]

(1) ⇒

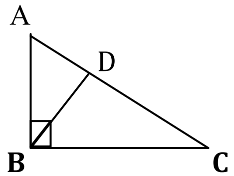
$$\frac{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\Delta DEF)} = \frac{BC}{EF} \times \frac{AM}{DN} \Rightarrow \frac{BC}{EF} \times \frac{BC}{EF} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2$$

$\frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$ [(3) ರಿಂದ]

ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

4. ಪೈಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ :

ನಿರೂಪಣೆ : 'ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.'



ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $\angle ABC = 90^0$

ಸಾಧನೀಯ : $AB^2 + BC^2 = AC^2$

ರಚನೆ : $BD \perp AC$ ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔABD ಮತ್ತು ΔABC ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle A$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

$\angle ADB = \angle ABC = 90^0$ (∵ ರಚನ್ತೆ ಮತ್ತು ದತ್ತದಿಂದ)

∴ $\Delta ADB \sim \Delta ABC$ (ಕೋನ ಕೋನ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

∴ $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$

$\Rightarrow AB^2 = AD \times AC$ ---------------(1)

ΔBDC ಮತ್ತು ΔABC ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle c = \angle c$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

$\angle BDC = \angle ABC = 90^0$ (∵ ರಚನೆ ಮತ್ತು ದತ್ತದಿಂದ

∴ $\Delta BDC \sim \Delta ABC$ (ಕೋನ ಕೋನ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC}$

$\Rightarrow BC^2 = AC \times DC$ -------------- (2)

(1) + (2) ಮಾಡಿದಾಗ

$AB^2 + BC^2 = (AD \times AC) + (AC \times DC)$

$= AC(AD + DC)$

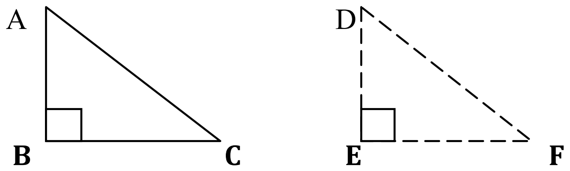
$= AC(AC)$ [∵$AD + DC = AC$]

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

5. ಪೈಥಾಗೊರಸನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ :

ನಿರೂಪಣೆ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ಸಾಧನೀಯ : $\angle ABC = 90^0$

ರಚನೆ : $DE = AB$, $EF = BC$ ಹಾಗೂ $\angle E = 90^0$ ಆಗುವಂತೆ

ΔDEF ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔDEF ನಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

$\Rightarrow DF^2 = AB^2 + BC^2$ ----- (1) [∵ ರಚನೆಯಿಂದ]

$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$------ (2) [∵ ದತ್ತ]

∴ $AC^2 = DF^2$ [∵ (1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ]

∴ **$AC = DF$** -------- (3)

ಈಗ ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ,

$AB = DE$, $BC = EF$ [∵ ರಚನೆಯಿಂದ]

$AC = DF$ [∵ (3) ರಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿದೆ]

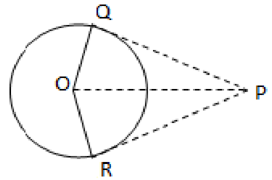
∴ **$\Delta ABC \cong \Delta DEF$ [ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ]**

∴ $\angle B = \angle E = 90^0$

∴ $\angle ABC = 90^0$

ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ.

6. ಪ್ರಮೇಯ : " ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ." ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ : 'O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ , 'P ' ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು, PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಬಾಹ್ಯ ಬಿದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು

ಸಾಧನೀಯ : $PQ = PR$

ರಚನೆ : OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ

ಸಾಧನೆ : ΔOQP ಮತ್ತು ΔORP ಗಳಲ್ಲಿ

$OQ = OR$ [∵ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು]

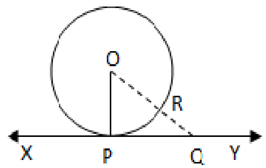
$OP = OP$ [∵ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು

$\angle OQP = \angle ORP$ [∵ ಪ್ರಮೇಯ 4.1]

∴ $\Delta OQP = \Delta ORP$ [∵ ಲಂ.ವಿ.ಬಾ]

∴ **$PQ = PR$** [ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು]

7. ಪ್ರಮೇಯ : ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : 'O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ XY ಯು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ. OP ಯು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : XY ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು Q ವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. OQ ಸೇರಿಸಿ OQವು ವೃತ್ತವನ್ನು ನಲ್ಲಿ R ಛೇದಿಸಲಿ.

ಸಾಧನೆ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $OR < OQ$ ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ $OR = OP$ [∵ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು]

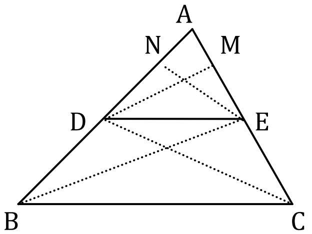
∴ $OP < OQ$

Q ವು Pಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಬಿಂದುವಾಗಿರುವುದರಿಂದ OP ಯು O ನಿಂದ XY ಗಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಾಗಿದೆ.

∴ **$OP \perp XY$** [∵ ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಗೆ ಅದರ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದೇ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.]

1. THALES THEOREM [B.P. THEOREM] :

"If a line is drawn parallel to one side of a triangle to intersect the other two sides in distinct points, the other two sides are divided in the same ratio."



DATA : In ΔABC , $DE \parallel BC$

TO PROVE : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

CONSTRUCTION :

Join BE and CD. Draw $EN \perp AB$ and $DM \perp AC$

PROOF: In ΔADE and ΔBDE

Area(ΔADE)= $\frac{1}{2} \times AD \times EN$ ($\because$ Area of $\Delta = \frac{1}{2} \times b \times h$)

Area(ΔBDE) = $\frac{1}{2} \times BD \times EN$

$$\frac{Area(\Delta ADE)}{Area(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times \cancel{EN}}{\frac{1}{2} \times BD \times \cancel{EN}}$$

$$\frac{Area(\Delta ADE)}{Area(\Delta BDE)} = \frac{AD}{DB} \text{ ---------- (1)}$$

In ΔAED and ΔCDE

Area(ΔAED) = $\frac{1}{2} \times AE \times DM$ ($\because$ Area of $\Delta = \frac{1}{2} \times b \times h$)

Area (ΔCDE) = $\frac{1}{2} \times EC \times DM$

$$\frac{Area(\Delta AED)}{Area(\Delta CDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times \cancel{DM}}{\frac{1}{2} \times EC \times \cancel{DM}}$$

$$\frac{Area(\Delta AED)}{Area(\Delta CDE)} = \frac{AE}{EC} \text{ --------- (2)}$$

Area (ΔBDE) = Area (ΔCDE) ------- (3)

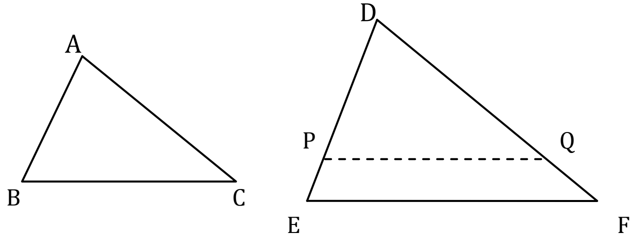
[$\because$ ΔBDE and ΔDEC stands on the same base DE and in between $DE \parallel BC$]

$\therefore$ **From** (1), (2) and (3)

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$ ***Hence proved***

2.Angle-Angle-Angle Criterion of Similarity of two triangles :

"If in two triangles, corresponding angles are equal, then their corresponding sides are in the same ratio (or proportion) and hence the two triangles are similar."



DATA : In ΔABC and ΔDEF

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

TO PROVE : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

CONSTRUCTION : Cut DP =AB from DE and DQ=AC from DF and join PQ

PROOF: In ΔABC and ΔDPQ

$\angle BAC = \angle PDQ$ ($\because$ Data)

AB=DP , AC=DQ ($\because$ Construction)

$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta DPQ$ ($\because$ SAS Congruency rule)

$\angle ABC = \angle DPQ$, ($\because$ CPCT)

But $\angle ABC = \angle DEF$ ($\because$ Data)

$\Rightarrow \angle DPQ = \angle DEF$

$\therefore$ $PQ \parallel EF$ ($\because$ Since corresponding angles are equal)

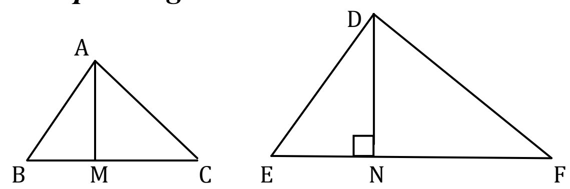
$\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF}$ ($\because$By corolary of of BPT)

$\therefore$ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ **($\because$ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$)**

Hence proved

3.Area of Similar triangles :

" The ratio of the areas of two similar triangles is equal to the square of the ratio of their corresponding sides."



DATA : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

TO PROVE : $\frac{Area\Delta(ABC)}{Area\,\Delta(DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$

CONSTRUCTION : Draw $AM \perp BC$ and $DN \perp EF$

PROOF: In ΔABC and ΔDEF

$$\frac{Area(\Delta ABC)}{Area(\Delta DEF)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times EF \times DN} = \frac{BC}{EF} \times \frac{AM}{DN} \text{---- (1)}$$

In ΔAMB and ΔDNE

$\angle ABM = \angle DEN$ ($\because$ Data)

$\angle AMB = \angle DNE = 90^0$ ($\because$ Construction)

$\therefore$ $\Delta ABM \sim \Delta DEN$ (AA Similarity criteria)

$\Rightarrow \frac{AM}{DN} = \frac{AB}{DE}$ **------- (2)**

But, $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ($\because$ Given)

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ **---------(3)**

$\Rightarrow \frac{AM}{DN} = \frac{BC}{EF}$ [From (2) and (3)]

(1) $\Rightarrow$

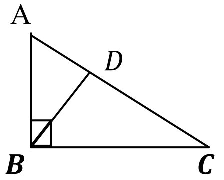
$$\frac{Area(\Delta ABC)}{Area(\Delta DEF)} = \frac{BC}{EF} \times \frac{AM}{DN} \Rightarrow \frac{BC}{EF} \times \frac{BC}{EF} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2$$

$\frac{Area\Delta(ABC)}{Area\,\Delta(DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$ [From(3)]

Hence proved

4. PYTHAGORAS THEOREM :

'In a right triangle, the square of the hypotenuse is equal to the sum of the square of the other two sides'



DATA : *In* ΔABC, $\angle ABC = 90^0$

TO PROVE: $AB^2 + BC^2 = AC^2$

CONSTRUCTION :

Draw $BD \perp AC$

PROOF: *In* ΔADB *and* ΔABC

$\angle A = \angle A$ *(Common angle)*

$\angle ADB = \angle ABC = 90^0$ *($\because$ From Data and Construction)*

$\therefore$ $\Delta ADB \sim \Delta ABC$ *(AA Similarity criteria)*

$\therefore \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AB}{AC}$

$\Rightarrow$ $AB^2 = AD \times AC$ **--------------(1)**

In ΔBDC ಮತ್ತು ΔABC

$\angle c = \angle c$ *[Common angle]*

$\angle BDC = \angle ABC = 90^0$ *($\because$ From Data and Construction)*

$\therefore$ $\Delta BDC \sim \Delta ABC$ *(AA Similarity criteria)*

$\therefore \dfrac{DC}{BC} = \dfrac{BC}{AC}$

$\Rightarrow$ $BC^2 = AC \times DC$ **-------------- (2)**

(1) + (2) $\Rightarrow$

$AB^2 + BC^2 = (AD\times AC) + (AC\times DC)$

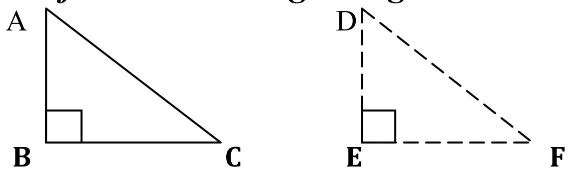
$= AC(AD + DC)$

$= AC(AC)$ $[\because AD + DC = AC]$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$ ***Hence proved***

5.CONVERSE OF PYTHAGORAS THEOREM :

" In a triangle, If square of one side is equal to the sum of the squares of the other two sides, then the angle opposite the first side is a right angle"



DATA : *In* ΔABC, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

TO PROVE : $\angle ABC = 90^0$

CONSTRUCTION : *Draw* ΔDEF *such that* $\angle E = 90^0$ *and DE =AB , EF= BC .*

PROOF: *In* ΔDEF,

$DF^2 = DE^2 + EF^2$ *[By pythogoras theorem]*

$\Rightarrow DF^2 = AB^2 + BC^2$ ----- (1) $[\because$ *Construction]*

$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$ ------ (2) $[\because$ *Data]*

$\therefore AC^2 = DF^2$ $[\because$ *From (1) and (2)]*

$\therefore$ ***AC=DF*** -------- (3)

In ΔABC *and* ΔDEF,

AB=DE, BC=EF $[\because$*Construction]*

AC=DF $[\because$ *from (3)]*

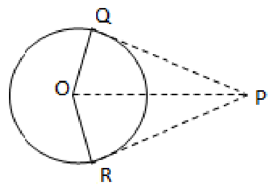
$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ***[SSS congruency rule]***

$\therefore$ $\angle B = \angle E = 90^0$

$\therefore$ $\angle ABC = 90^0$

Hence proved

6. THEOREM : *"The Lengths of tangents drawn from an external point to a circle are equal."*



DATA : *PQ and PR are the two tangents drawn from an external point P to a circle of centre O*

TO PROVE : *PQ= PR*

CONSTRUCTION : *Join OP, OQ and OR*

PROOF: *In* ΔOQP *and* ΔORP ,

OQ =OR $[\because$ *Radius of the same circle]*

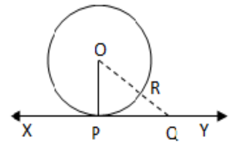
OP = OP $[\because$ *Common side]*

$\angle OQP = \angle ORP$ $[\because$ *Theorem 4.1]*

$\therefore$ $\Delta OQP = \Delta ORP$ $[\because$ *RHS]*

$\therefore$ ***PQ= PR*** $[\because$ *CPCT]*

7. *The tangent at any point of a circle is perpendicular to the radius through the point of contact.*



DATA : *A circle with centre 'O' and tangent XY at a point 'P'.*

TO PROVE : $OP \perp XY$

CONSTRUCTION : *Take any point Q, other than P on the tangent XY and join OQ.*

PROOF: *Hence, Q is a point on the tangent XY, other than the point of contact P. So Q lies out side the circle.* $[\because$ *There is only one point of a contact to a tangent]*

Let, OQ intersect the circle at R

$\therefore$ *OP=OR* $[\because$ *Radius of the same circle]*

Now, OQ=OR +RQ

$\Rightarrow$ *OQ>OR*

$\Rightarrow$ *OQ>OP* $[\because$ *OP=OR]*

$\therefore$ ***OP*** *is the shortest distance to the tangent from the centre 'O'*

$\therefore$ $OP \perp XY$ $[\because$Perpendicular distance is always the shortest distance]